

В. П. Дьяконов

Смоленский государственный университет,

vpdyak@yandex.ru

ЛЕКЦИЯ: “КОМПЬЮТЕРНАЯ МАТЕМАТИКА В ТЕОРЕТИЧЕСКИХ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ”

На протяжении веков математика и математические методы были основой большой науки. Без них невозможно развитие физики и химии, астрономии и космонавтики, вычислительной техники, техники связи, энергетики и машиностроения и иных областей науки и техники. Порою даже не имеющих отношения к техническим наукам – например, биологии и медицины. Это привело к накоплению огромного багажа знаний в области математических методов и порою затруднило их применение. Некоторые из этих методов стали основой крупных отраслей науки и техники. Например, теория поля и преобразования Фурье легли в основу радиотехники и средств связи, матричные методы, графы и методы численного решения дифференциальных уравнений стали основой математического моделирования самых различных процессов, систем и технических устройств.

Но в последнее время намстились тревожные явления в развитии фундаментальных наук. В период мирового кризиса финансирование научных исследований заметно сократилось во всем мире. И это уже дает о себе знать – сокращены многие космические программы (например, освоения Луны и создания космических челноков), возникли крупные техногенные катастрофы на объектах атомной и гидро-энергетики и на ряде шахт, загрязнение нефтью Мексиканского залива из-за аварии на нефтяной платформе и т. д. С развалом СССР в начале

1990-х годов наука в России и разработка наукоемких приборов были практически разрушены, и до их восстановления очень далеко.

К счастью есть и положительные моменты. К таким можно отнести возникновение в 1980-х годах компьютерной математики и программных систем компьютерной математики (СКМ). Эти системы резко облегчают труд многих тысяч ученых, инженеров, преподавателей, аспирантов и студентов университетов самого различного профиля. Столетия математика помогала ученым в их трудном и почетном труде открывателей нового. Теперь появились средства, способные помочь самой математике и всем, кто использует ее средства в интересах развития своих наук и экономики в целом – рис. 1. В недалеком прошлом компьютерную математику нередко представляли как курс обычной математики для студентов по специальности “информатика и вычислительная техника”. На наш взгляд, это ошибочная трактовка! Ныне компьютерную математику следует рассматривать как совокупность аппаратных и программных средств для решения математических задач любого уровня с высокой эффективностью, нередко превосходящей возможности достаточно опытных математиков-аналитиков. Уже в силу этого системы компьютерной математики могут быть отнесены к системам искусственного интеллекта, способным предоставлять пользователям знания в области математики и математических наук.

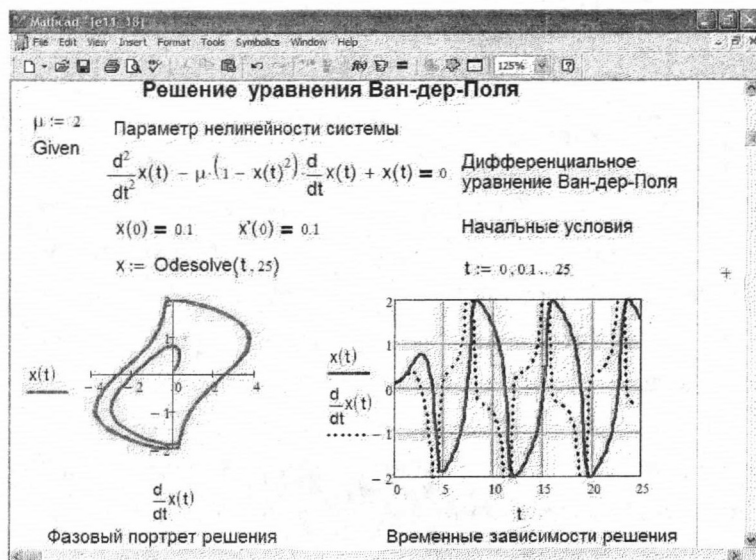


Рис. 1. Пример решения нелинейного дифференциального уравнения Ван-дер-Поля в окне системы Mathcad 11

Компьютерная математика, как теоретическая наука, использует не только весь багаж математических познаний за многие века развития математики, но и новые и пока малоизвестные методы автоматических математических преобразований, специально созданные для решения математических задач на компьютерах – прежде всего персональных. К сожалению, специфические методы компьютерной математики относятся к ноу-хау фирм, разработчиков систем компьютерной математики (СКМ) и потому закрытых и мало известных.

Из аппаратных средств компьютерной математики стоит отметить программируемые научные калькуляторы с встроенными системами компьютерной алгебры для аналитических вычислений (например, фирмы Texas Instruments), математи-

ческие сопроцессоры для быстрого вычисления множества элементарных и специальных функций, графические сопроцессоры для синтеза и математической обработки сложных изображений, микросхемы для систем глобального позиционирования на местности (реализующие сложные тригонометрические вычисления), чипы для быстрого преобразования Фурье и вейвлет-преобразований и др. устройства [1]. Появились и новейшие технические устройства, основанные на использовании средств компьютерной математики, например, цифровые осциллографы и анализаторы спектров сигналов.

Но наибольшие успехи были достигнуты, несомненно, в области разработки специализированных программных продуктов – СКМ. Вначале СКМ делились на два принципиально различных класса: системы для численных и символьных (аналитических) вычислений. К первым обычно относили системы Eureka, Mathcad, MATLAB, электронные таблицы, например, Excel. Ко вторым относились системы Derive, MuPAD, Mathematica и Maple. Одним из первых программных средств для выполнения аналитических расчетов был язык программирования “Аналитик” малых советских ЭВМ класса “Мир”.

В настоящее время такое деление является излишним и даже ошибочным. Все указанные выше системы получили дальнейшее развитие как универсальные математические системы, обеспечивающие автоматизацию как численных, так и аналитических вычислений с высочайшим уровнем графической, а то и мультимедийной визуализацией, например, сопровождением вычислений анимационной графикой, звуком и даже видеоматериалами. Роль СКМ с широкими возможностями символьных вычислений наиболее высока в проведении и проверке теоретических исследований. Известны случаи весьма полезного

применения СКМ лауреатами Нобелевских премий (в свое время это натолкнуло S. Wolfram на создание СКМ Mathematica и организацию фирмы Wolfram Research Inc.).

Среди универсальных СКМ надо отметить программы Derive, MuPAD, Mathcad, Maple, Mathematica и MATLAB [1]. Первые две программы создавались как средства автоматизации учебных расчетов. Самая малая по объему кодов система Derive создавалась средствами языка искусственного интеллекта MuLISP, большинство других СКМ построено на основе языка C и его модификаций. Все системы имеют собственный входной язык общения с пользователями и язык программирования.

Ныне компьютерная математика и СКМ получили широчайшую известность в интернете. Число ссылок на них составляет многие миллионы. Результаты поиска интернет-страниц по СКМ весьма показательны. В мире первое место принадлежит системе Maple [2], которая является университетской разработкой, изначально ориентированной на применение в системе образования. Ныне Maple — мощная универсальная СКМ, способная решать весьма широкий класс задач и лидирующая в области аналитических (символьных вычислений).

Лидер среди систем компьютерной алгебры СКМ Maple в последние годы бурно развивалась. Наиболее популярными стали последние версии Maple 9.5 и Maple 10, описанные в книге автора [2], ставшей победителем всероссийского конкурса “Лучшая научная книга 2007”. Следом уже появились версии Maple 11, 12 и 13. Развитие новых версий Maple шло в нескольких направлениях:

- совершенствования интерфейса, который в максимальной степени должен быть приемлемым даже для начи-

нающих пользователей;

- увеличение числа маплетов специальных диалоговых окон для предельно простого решения конкретных задач;
- расширения числа пакетов расширения системы.

Число функций ядра Maple возросло с 2500 до более чем 4000. Для приверженцев «классического» Maple, наряду со стандартной версией интерфейса поставляется и система с классическим интерфейсом. Большинство вычислений в нем выполняется заметно быстрее, чем в варианте со стандартным интерфейсом – рис. 2. Увы, полной совместимости между ними не предусмотрено. В поставку входит также графический калькулятор, возможности которого, однако, намного скромнее возможностей в целом этой мощной системы.

Довольно неожиданно с очень малым отрывом от Maple в мире стала лидировать малая система Derive (последняя версия Derive 6.2). Ее резко возросшая популярность связана с удачным слиянием разработчика системы (небольшой компании Soft Warehouse Inc.) с крупной корпорацией Texas Instruments Inc. – разработчиком популярных микрокалькуляторов, в том числе имеющих встроенную систему Derive (TI-89, TI-92, TI-92 Plus и др.). Их массовый выпуск способствовал росту популярности этой очень интересной и полезной системы. Однако кризис ударил по этой маленькой жемчужине компьютерной математики – недавно корпорация Texas Instruments отказалась от дальнейшей ориентации своих научных калькуляторов на нее.

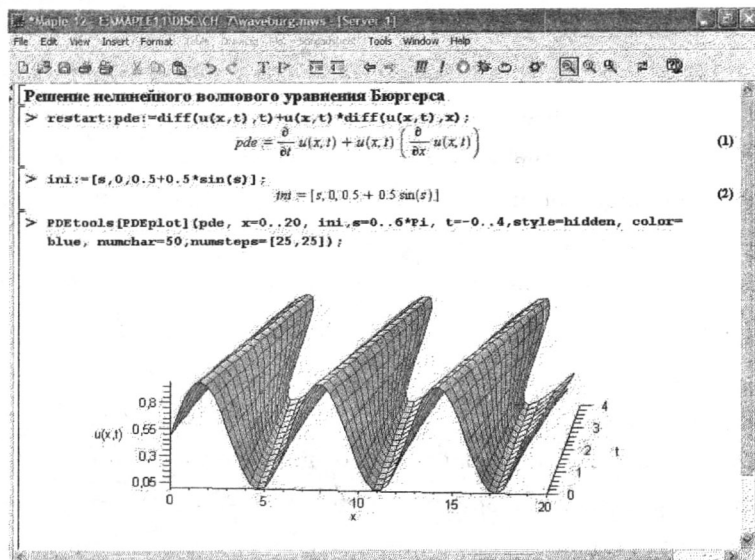


Рис. 2. Пример решения нелинейного дифференциального уравнения Бюргерса в частных производных, описывающего возникновение ударной волны при распространении лазерного излучения в нелинейной среде

Третье место в мировом интернете заслуженно заняла система MATLAB [4 – 6], явно лидирующая в области численных вычислений и математическом моделировании. Это самая громоздкая из описываемых СКМ – ее последние версии MATLAB R2009b и R2010a занимают на жестком диске ПК свыше 3 Гбайт памяти. Однако столь большой объем памяти не случаен – система поставляется с более чем 80-ю пакетами расширения в самых новых областях науки и технике, таких, как вейвлеты, средства обработки изображений и сигналов, нейронные сети, нечеткая логика, биоинформатика и др. Все это быстро вывело эту мощную матричную систему в число лидеров, причем бесспорных в области технических вычислений и визуально-

ориентированного блочного математического моделирования. Последнее реализуется с помощью главного пакета расширения – Simulink. В новые версии MATLAB введены пакеты расширений по биоинформатике, моделированию электронных схем и др. Они существенно дополнили уже имеющиеся пакеты расширения по обработке сигналов и изображений, электроэнергетики, сплайнам и вейвлетам и т. д. Великолепная графическая визуализация вычислений характерна для этой мощной системы.

В России положение с популярностью СКМ резко отличается от описанного и характерного для мировой популярности систем. Так, бесспорными лидерами у нас стали система MATLAB, а затем система Maple. До недавних пор явно лидирующая система Mathcad опустилась на третье место. Впрочем, надо отметить, что на форумах (например, Exponenta.Ru) Mathcad уступает по популярности лишь СКМ MATLAB.

Падение интереса к системе Mathcad порождено многими факторами. Изначально система Mathcad была системой для массовых численных расчетов (см. пример на рис. 1). Однако тут, несмотря на удобство интерфейса и множество поклонников, она объективно уступает куда более мощной системе MATLAB. Символьные вычисления появились в Mathcad давно – начиная с версии Mathcad 3.0 for Windows. Они базировались не на средствах собственного ядра символьных вычислений, а на использовании заметно урезанного ядра системы Maple. При этом доступ осуществлялся всего к паре десятков функций ядра Maple (из более чем 3000 функций, встроенных в ядро и доступных в СКМ Maple). Впрочем, это не касается промежуточных вычислений, в которых может быть задействовано большинство функций ядра Maple. Наиболее удачной

для символьных вычислений оказалась версия Mathcad 11, в дальнейших версиях доступ к функциям ядра символьных вычислений был сильно урезан.

Вторым фактором стали метания корпорации MathSoft Inc. – разработчика системы Mathcad. Когда стало ясно, что Mathcad уступает по математическим возможностям более мощным системам Mathematica, Maple и MATLAB, корпорация MathSoft решила занять место на рынке программных средств для образования. Она была переименована в Mathsoft Engineering and Education. Однако место на этом рынке тоже не пустовало – там давно обособились Derive и MuPAD. Несколько лет назад корпорация прекратила свое существование и волилась в компанию РТС, занимающуюся поддержкой систем автоматизированного проектирования (САПР).

Насколько полноценно Mathcad волиется в ряды САПР, пока не вполне ясно. Корпорация РТС явно упустила время на совершенствование системы Mathcad, которая оказалась для нее не родной. Последняя версия Mathcad 14, к сожалению, лишилась мощного ядра символьных вычислений от СКМ Maple. Видимо, это связано с ограничением сроков лицензии на применение этого ядра и переходом MapleSoft Inc. к коммерческому использованию ее продуктов. В Mathcad 14 применено ядро от СКМ MuPAD – неплохой системы учебного характера, но имеющей последнее место в рейтинге СКМ и возможности, сильно уступающие возможностям ядра Maple, увы, так и не реализованным в Mathcad. К разработке Mathcad 15 приступила новая команда разработчиков из РТС, и насколько удачен будет ее проект, пока не ясно. В России нет книг по системе MuPAD, но она достаточно полно описана в монографии [1]. Система Mathcad 14 с 2007 года не содерживалась, тогда

как версии других СКМ обновлялись ежегодно, причем фирма MathWorks обновляла свою СКМ MATLAB дважды и даже трижды каждый год.

Некоторое оживление вокруг Mathcad вызвала защита В. Ф. Очковым докторской диссертации и использование им средств Mathcad в интернете. Впрочем, работа СКМ в интернете реализована и в ряде других систем, например, Mathematica. Это направление рассматривается как перспективное для развития СКМ, но это мнение далеко не бесспорно – представляется, что основная масса пользователя предпочтет прямое общение с установленными на ПК СКМ “дешевому” использованию их возможностей через интернет.

Представляется, что СКМ Mathematica [7, 8], занявшая в приведенном рейтинге четвертое место как в мире, так и у нас, явно недооценивается. Наши исследования, в частности, работы [9, 10], показали, что в ряде случаев Mathematica дает решение задач, которое не удавалось получить в системе Maple. Впрочем, в более редких случаях наблюдалась и обратная ситуация. Mathematica уже с версии Mathematica 5.2 обеспечила поддержку новейших многоядерных процессоров, дав реальное ускорение многомерных вычислений в несколько раз. Очередной рывок этой системы произошел в последние пару лет, когда появились новейшие версии Mathematica 6 и 7, уже выпущенные на рынок

Новые версии Mathematica реализуют концепцию динамической интерактивности для изменения переменных и динамической графики. Эта графика в Mathematica 6 и 7 решена очень изящно, превращая любой рисунок (кстати, как и любое формульное преобразование) в простой и эффективный мультимедийный проигрыватель. Трудно переоценить эти возможности

в системе образования, где наглядность представления результатов вычислений (как на экране мониторов компьютеров, так и на интерактивных досках) имеет огромное значение. Число функций в новых версиях этой системы достигло 4000 и практически сравнялось с “чемпионом мира” по этому параметру – системой Maple. Радует неимоверно большое число наглядных практических примеров, введенных в новые версии системы. Их число составляет многие тысячи, и легкий доступ возможен с просто и изящно организованной справочной системы. Уже вышли первые книги по Mathematica 6 и 7.

В начале нынешнего века резко возросла роль СКМ в экспериментальных исследованиях. Они уже давно плодотворно используются для математической, в частности, статистической, обработки данных таких исследований. Но ныне речь уже идет о реализации средств СКМ в новейших цифровых измерительных приборах, таких, как мультиметры, осциллографы и анализаторы спектра (в том числе реального времени) – рис. 3. При этом используются методы дискретизации и цифровой обработки сигналов, Фурье-преобразования (в том числе коротко-оконные) для получения спектров и спектрограмм, средства решения дифференциальных уравнений и т. д.

СКМ получили широкое применение и для управления (в том числе дистанционного и через интернет) современными измерительными приборами и комплексами, что резко повышает эффективность использования современной инструментальной базы, особенно на таких крупных научных объектах, как исследовательские атомные реакторы, астрономические комплексы на Земле и на орбитах, радиолокационные системы и системы управления крупными промышленными и энергетическими объектами.

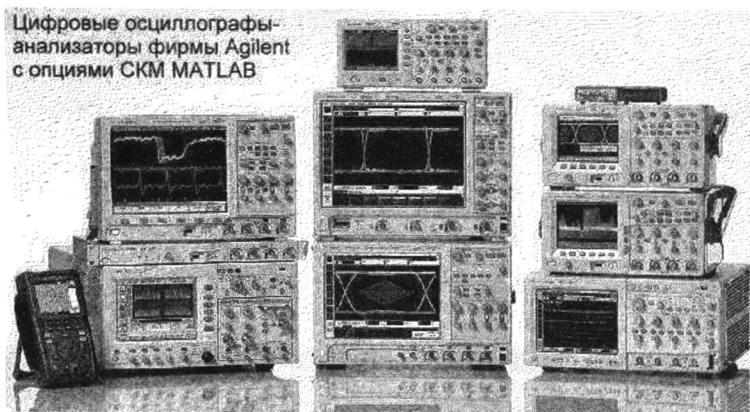


Рис. 3. Измерительные приборы фирмы Agilent Technologies с опцией - устанавливаемой в них СКМ MATLAB

Смоленский государственный университет многие годы выполняет крупную программу по изучению и пропаганде средств компьютерной математики и СКМ. Проведено уже 11 международных научных конференций "Системы компьютерной математики и их приложения" – последняя проведена в мае 2010 г. Опубликованы десятки известных книг по этой тематике, многие из них широко используются научными работниками, инженерами, преподавателями, аспирантами и студентами вузов. Последние годы особенно широко развиваются работы по интеграции средств компьютерной математики с современными измерительными приборами и применению СКМ в экспериментальных исследованиях.

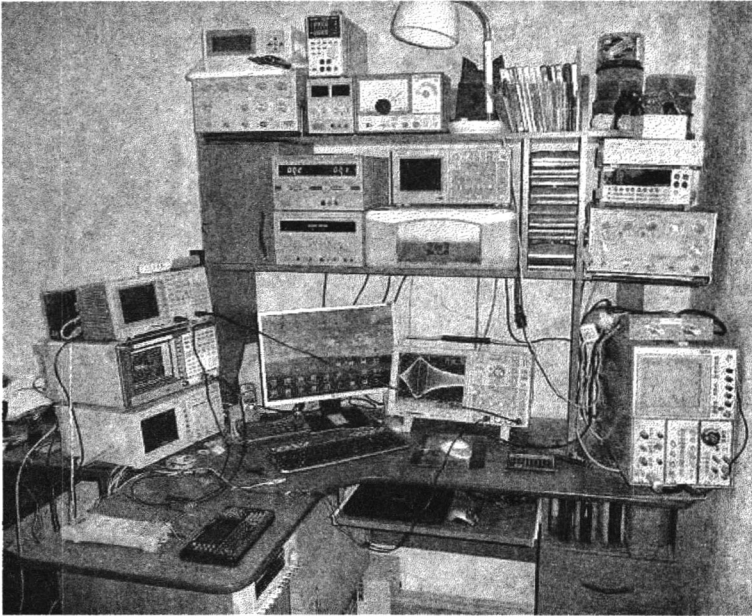


Рис. 4. Научно-исследовательская лаборатория с современными цифровыми приборами и компьютерами с СКМ

На рис. 4 показана научная лаборатория автора данного доклада, оснащенная современными цифровыми приборами и ПК со всеми современными СКМ. Она ориентирована на исследование возможностей совместного применения современных цифровых измерительных приборов с СКМ. Уже опубликован ряд статей по этому важному направлению [11 – 18]. Среди них стоит особо отметить работы по применению нового математического базиса приближения произвольных зависимостей – вейвлетов [17, 18].

ЛИТЕРАТУРА

1. Дьяконов В. П. *Компьютерная математика. Теория и практика.* – М.: Нолидж, 2001.

2. Дьяконов В. П. *Maple 9.5/10 в математике, физике и образовании*. – М.: СОЛОН-Пресс, 2006.
3. Дьяконов В. П. *Mathcad 11/12/13 в математике. Справочник*. – М.: Горячая линия. Телеком, 2007.
4. Дьяконов В. П. *MATLAB R2006/2007/2008 + Simulink 5/6/7. Основы применения, 2-ое издание, дополненное и переработанное*. – М.: СОЛОН-Пресс, 2008.
5. Дьяконов В. П. *Simulink 5/6/7. Самоучитель*. – М.: ДМК-Пресс, 2008.
6. Дьяконов В. П., Пеньков А. А. *MATLAB и Simulink в электроэнергетике. Справочник*. – М.: Горячая линия. Телеком, 2009.
7. Дьяконов В. П. *Mathematica 5.1/5.2/6.0 в математических и научно-технических расчетах. Изд. 2-е, переработанное и дополненное*. – М.: СОЛОН-Пресс, 2008.
8. Дьяконов В. П. *Mathematica 5/6/7. Полное руководство*. – М.: ДМК-Пресс, 2009.
9. Кристалинский Р. Е., Кристалинский В. Р. *Преобразования Фурье и Лапласа в системах компьютерной математики. Учебное пособие для вузов*. – М.: Горячая линия. Телеком, 2006.
10. Кристалинский Р. Е., Шалошников Н. Н. *Решение вариационных задач строительной механики в системе Mathematica*. – СПб. – Краснодар: Лань, 2010.
11. Афонский А. А., Дьяконов В. П. *Цифровые анализаторы спектра, сигналов и логики. Под ред. проф. В.П. Дьяконова*. – М.: СОЛОН-Пресс, 2009.
12. Дьяконов В. П. *Современные цифровые анализаторы спектра // Компоненты и технологии*. – 2010. – № 5.

13. Дьяконов В. П. *Современные методы Фурье- и вейвлет-анализа и синтеза сигналов* // Контрольно-измерительные приборы и системы. – 2009. – № 2.

14. Дьяконов В. П. *Компьютерная математика в измерительной технике* // Контрольно-измерительные приборы и системы. – 2009. – № 5.

15. Дьяконов В. П. *Генерация и генераторы сигналов*. – М. ДМК-Пресс, 2008.

16. Дьяконов В. П., Круглов В. В. *MATLAB 6.5 SP1/7/7 SP1/7SP2 + Simulink 5/6. Инструменты искусственного интеллекта и биоинформатики*. – М.: СОЛОН-Пресс, 2006.

17. Дьяконов В. П. *MATLAB – новые возможности в технологии осциллографии* // Компоненты и технологии. – 2009. – № 10.

18. Дьяконов В. П. *Вейвлеты. От теории к практике. Издание второе, переработанное и дополненное*. – М.: СОЛОН-Пресс, 2004.